Seat No. : _______________

N13-117

November-2014

B.Sc., Sem.-V

301 : Physics

Time : 3 Hours] **[Max. Marks : 70**

1. (a) હેલ્મ્હોલ્ટ્ઝ સમીકરણ $[\nabla^2 + k^2]u(\vec{r}) = 0$ ને ધ્રુવીય (Polar) યામ પદ્ધતિ (r, θ) માં જુદુ પાડો. **5**

અથવા

લાપ્લાસ સમીકરણ $\nabla^2 u(\vec{r}) = 0$ ને કાર્ટેઝીયન યામ પદ્ધતિમાં જુદુ પાડો.

(b) સમય પર આધારીત શ્રોડિન્જર સમીકરણ **9**

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\vec{r}, t) + V\vec{r}\,\psi(\vec{r}, t)$$

ને ગોલીય યામ પદ્ધતિમાં જુદુ પાડો.

અથવા

તરંગ સમીકરણ

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = \nabla^2 u(\vec{r}, t)$$

ને નળાકારીય (Cylindrical) યામ પદ્ધતિમાં જુદુ પાડો.

2. (a) આપેલ સમીકરણ,

$$(1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - 2x\frac{dy}{dx} + l(l + 1)y = 0,$$ જ્યાં l = ધન પૂર્ણાંક,

માટે ફાઈનાઈટ સિન્ગ્યુલર પોઈન્ટ શોધો અને સિન્ગ્યુલારીટીનો પ્રકાર નક્કી કરો. **7**

અથવા

આપેલ સમીકરણ,

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + (x^2 - m^2)y = 0,$$

માટે અનંત અંતરે આવેલા બિંદુ પાસે સિન્ગ્યુલારીટીનો પ્રકાર નક્કી કરો.

(b) આપેલ વિકલ સમીકરણ, **7**

$$\frac{d^2y}{dx^2} - xy = 0$$

નો ચરઘાતાંકીય (પાવર સિરીઝ) ઉકેલ મેળવો.

અથવા

રોન્સ્કીઅન (*Wronskian*) નો ઉપયોગ કરીને આપેલ વિકલ સમીકરણ

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + (x^2 - 1)y = 0$$

નો ઉકેલ મેળવો.

3. (a) ડી'એલેમ્બર્ટના સિદ્ધાંતનો ઉપયોગ કરીને કોન્ઝર્વેટીવ હોલોનોમીક તંત્ર માટે લાગ્રાન્જના ગતિના સમીકરણો મેળવો. **9**

અથવા

વિદ્યુત ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ગતિ કરતાં વિદ્યુતભારીત કણ માટે વેગ આધારીત સ્થિતિમાનનું સમીકરણ મેળવો.

(b) જડ પદાર્થ માટે યુલરના ગતિના સમીકરણો મેળવો. **5**

અથવા

સંમિતી ધરાવતા ટોપ (Top) ની ટોર્ક મુક્ત ગતિ સમજાવો અને ω_1, ω_2, ω_3 માટેના સમીકરણો મેળવો.

4. (a) એક દિશામાં સરળ આવર્ત ગતિ કરતાં દોલક માટે આઈગન સમીકરણ લખો. આ સમીકરણને ઉકેલીને તેના આઈગન વિધેયો અને આઈગન મૂલ્યો મેળવો. **8**

અથવા

ત્રિજ્યાવર્તી ક્ષેત્રમાં ગતિ કરતાં કણ માટે ત્રિજ્યાવર્તી તરંગ સમીકરણ મેળવો, તથા આ કણ માટે : (i) કેન્દ્રની નજીક, (ii) કેન્દ્રથી અનંત અંતરે, (iii) s-સ્ટેટમાં, તેનું ત્રિજ્યાવર્તી તરંગ વિધેય મેળવો.

(b) પેરીટી કારક મુદ્દાસર સમજાવો. **6**

અથવા

લેડર (Ladder) કારકો માટે સાબિત કરો કે,

$((a^+)^m u_0, (a^+)^n u_0) = n!\, \delta_{mn}$, જ્યાં $m > n$.

5. ટૂંકમાં જવાબ આપો : **14**

(1) વાયુ માટે ડિફ્યુઝન (diffusion) સમીકરણ લખો.

(2) $\rho(\vec{r})$ જેટલી વિદ્યુતભાર ઘનતા ધરાવતા બિંદુ પાસે સ્થિત વિદ્યુતસ્થિતિમાનનું સમાધાન કરતું પોઈઝન (Poisson) સમીકરણ લખો.

(3) દ્વિતીય ક્રમના રેખીય વિકલ સમીકરણ માટે ઓર્ડિનરી પોઈન્ટ વ્યાખ્યાયિત કરો.

(4) પેરાબોલીક યામ પદ્ધતિમાં ∇^2 કારક લખો.

(5) દ્વિતીય ક્રમનું રેખીય વિકલ સમીકરણ વ્યાખ્યાયિત કરો.

(6) વિકલ સમીકરણ $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - \frac{1}{4})y = 0$ ના બે ઉકેલો ________ અને ________ છે.

(7) ડિગ્રી ઓફ ફ્રિડમ એટલે શું ?

(8) સાઈક્લીક યામો વ્યાખ્યાયિત કરો.

(9) ગોલીય (Spherical) દોલક શું છે ?

(10) યુલર (Euler) ની થીયેરમનું વિધાન લખો.

(11) a અને a^+ ને લેડર કારકો શા માટે કહે છે ?

(12) $u_0(\rho)$ ની કિંમત શોધો.

(13) $u_1(\rho)$ ની કિંમત શોધો.

(14) કોણીય વેગમાનના વર્ગનો કારક _______ છે.

Seat No. : _______________

N13-117

November-2014

B.Sc., Sem.-V

301 : Physics

Time : 3 Hours] **[Max. Marks : 70**

1. (a) Separate the Helmholtz equation $[\nabla^2 + k^2]u(\vec{r}) = 0$ in two dimensions in polar coordinates (r, θ). **5**

OR

Separate the Laplace equation $\nabla^2 u(\vec{r}) = 0$ in to Cartesian coordinates.

(b) Separate the equation time dependent Schrödinger equation. **9**

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\vec{r}, t) + V(\vec{r})\psi(\vec{r}, t)$$

completely into spherical coordinates.

OR

Separate the wave equation

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = \nabla^2 u(\vec{r}, t)$$

completely into cylindrical coordinates.

2. (a) Find the finite singular point of the differential equation,

$$(1 - x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + l\,(l + 1)y = 0, \text{ where } l = \text{positive integer,}$$

and determine the nature of singularity. **7**

OR

Check the nature of singularity of equation

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - m^2)y = 0,$$

for the point at infinity.

(b) Find the power series solution of the differential equation,

$$\frac{d^2y}{dx^2} - xy = 0.$$ **7**

OR

Using the method of Wronskian, solve the equation

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - 1)y = 0.$$

3. (a) Derive Lagrange's equations of motion for a conservative holonomic system using D'Alembert's principle. **9**

OR

Obtain an expression for the velocity dependent potential for a charged particle moving in an electromagnetic field.

(b) Derive Euler's equation's of motion for a rigid body. **5**

OR

Discuss the motion of a symmetric top performing torque-free motion and obtain expressions for ω_1, ω_2 and ω_3.

4. (a) Write the eigen value equation for one dimensional harmonic oscillator. Hence solve it to obtain its eigen functions and eigen values. **8**

OR

Obtain the radial wave equation for a particle moving in central potential. Hence explain the behaviour of the radial wave function of the particle : (i) near the origin, (ii) in the asymptotic region, (iii) in the s-state.

(b) Write note on Parity operator. **6**

OR

For the ladder operators, prove that

$((a^+)^m u_0, (a^+)^n u_0) = n!\, \delta_{mn}$, for $m > n$.

5. Answer in short : **14**

(1) Write diffusion-equation for gas.

(2) Write Poisson equation satisfied by the electrostatic potential at a point where the electric charge density is $\rho(\vec{r})$.

(3) Define ordinary point of the second ordered linear differential equation.

(4) What is the operator form for ∇^2 in parabolic coordinates ?

(5) Define the second ordered linear differential equation.

(6) The two roots of the differential equation $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - \frac{1}{4})y = 0$ are ________ and _________.

(7) What do you mean by degees of freedom ?

(8) Define a cyclic coordinate.

(9) What is spherical pendulum ?

(10) Write the statement of Euler's theorem.

(11) Why a and a^+ are called ladder operators ?

(12) Evaluate $u_0(\rho)$.

(13) Evaluate $u_1(\rho)$.

(14) The operator for square of angular momentum is _______.